

## KVALITETA U NASTAVI MATEMATIKE

Autor : Sonja Banić, prof. Ivanić-Grad

U ovom tekstu pozabavila bih se situacijom u nastavi matematike kod nas i nekim prijedlozima kako popraviti očito loše stanje. Jedan od poticaja da napišem ovaj članak bila je knjiga KVALITETNA ŠKOLA Williama Glassera koju bih preporučila svim učiteljima zainteresiranim za poboljšanje kvalitete svog rada, ali i pedagozima i ravnateljima a posebno onima koji pripremaju i provode reformu hrvatskog školstva.

Stanje u nastavi matematike u nas je vrlo loše, čak bi se moglo nazvati i alarmantnim. Sadašnja situacija karakterizirana je mnoštvom negativnih ocjena i velikim brojem učenika koji traže dodatnu pomoć i instrukcije. Posebno je zabrinjavajuće to što mnogo učenika završava školovanje a da nisu savladali osnovne matematičke vještine potrebne u svakodnevnom životu, kao što su zbrajanje cijelih brojeva ili postotni račun. No, za društvo je možda najproblematičnije to što mnoštvo djece dobrih mogućnosti pri izboru srednje škole ili fakulteta bježi od matematike i odriče se tehničkih zvanja iako bi u njima mogli postati dobri stručnjaci.

Koji su uzroci ovakve situacije i što učiniti da se ona promijeni ?

Uzroci su brojni i ne mogu se ukloniti preko noći. Cijela naša škola, pa tako i nastava matematike nalazi se na prekretnici. Potrebno je iznova definirati namjere i ciljeve nastave matematike i odabrati kojim smjerom ići. Smatram da je upravo kvaliteta temelj tog novog pristupa i ne može se zaobići. Što se konkretnih uzroka problema u matematici tiče, posebno bih naglasila neprimjerenost programa psihičkom razvoju djece osnovne škole, kao i potrebu da se odredi koja su to osnovna matematička znanja neophodna u svakodnevnom životu i da im se posveti dovoljno pažnje i vremena u programu.

U svakoj prilici treba se naglasiti prenatrpanost programa matematike. Preopširni i neprimjereni programi direktno onemogućuju kvalitetan rad i uzrok su čitavog niza problema. Iako je po tom pitanju nešto učinjeno to ni izdaleka nije dovoljno želimo li omogućiti učenicima da doista nauče matematiku, a učiteljima omogućiti kvalitetan i kreativan rad. Duboko sam uvjeren da jedino kvalitetan i kreativan rad učitelja može bitno promijeniti sadašnju lošu situaciju u nastavi matematike.

### **Kako bi se trebale očitovati kvaliteta i kreativnost u radu učitelja matematike ?**

Ukratko : kvaliteta bi se trebala očitovati u tome da učitelji učenicima jasno i efikasno objasne nastavno gradivo i da pažljivim odabirom primjera i primjerenim domaćim zadaćama omoguće učenicima da to gradivo trajno usvoje. U takvim nastojanjima učitelj treba biti uporan. Gradivo treba objasniti više puta i na više načina, ako je to potrebno i ne odustajati dok većini učenika u razredu sve ne bude potpuno jasno. Nedostaci ("rupe") u znanju ne smiju se preskakati, već ih treba popuniti ma koliko vremena to zahtijevalo. Kvalitetan nastavnik neće se morati služiti prisilom u svom radu jer će kvalitetom motivirati učenike za učenje.

Kreativnost učitelja trebala bi se očitovati u raznim načinima objašnjavanja gradiva, u izboru zadataka i nastavnih metoda, u nastojanjima da matematiku učini što zanimljivijom učenicima i da im ukaže na vezu matematike sa stvarnim životom.

### **Kako postići kvalitetu u nastavi matematike ?**

Naša današnja škola je škola prisile u kojoj je učitelj prečesto puki prenositelj znanja i osoba koja pokušava učenike prisiliti na učenje. A matematika se može naučiti samo ako to učenik želi, a ne prisilom. To nas vodi do motivacije, što je jedan od temeljnih problema u nastavi matematike. Zašto učenici ne vole učiti matematiku ? Učenici učeći matematiku vrlo brzo dođu do mjesta koja ne razumiju. Javlja se prvi neuspjesi koji se rješavaju tako da se dio

gradiva nauči na pamet, bez razumijevanja i tako dobije pozitivna ocjena. Ali količina nerazumljivog gradiva se povećava i učenicima ono što ne razumiju, normalno, postaje dosadno. Kao posljedica svega toga dolazi neuspjeh i loše ocjene. Znači, učenici ne vole učiti matematiku jer ju ne razumiju, dosadna im je i imaju iz nje loše ocjene. Na svaki od tih čimbenika učitelj u razredu može bitno utjecati. Dapače, općeniti stav da je matematika teška i nerazumljiva može iskoristiti u svoju korist jer ako učenici razumiju i nauče nešto teško njihov uspjeh je tim veći. No da bi postigao uspjeh učitelj mora svoj rad okrenuti kvaliteti a ne formalnom savladavanju programa. To nas dovodi do dileme: prijeći cijeli program iako smo svjesni da učenici neće moći savladati sve to gradivo u tako malo vremena i da većinu gradiva neće stvarno naučiti, ili svjesno zanemariti dio programa ali se potruditi da učenici uistinu nauče ono što se radi. U sadašnjoj situaciji s programima učitelj koji želi kvalitetno raditi prisiljen je odabrati ovo drugo.

Da bi ostvario kvalitetu u svom radu svaki se učitelj prvo treba priupitati: "Što bi trebala biti moja uloga u razredu? Koji je moj zadatak i što je cilj mog rada?" Zadaća učitelja nipošto ne može biti da učenike prisili da nešto nauče jer očito je da prisila ne daje zadovoljavajuće rezultate u poučavanju. Učitelji bi morali prihvatiti da su u razredu prvenstveno zato da bi učenicima **pomogli** naučiti nastavno gradivo i da bi im objasnili sve što ne razumiju. Kad nastavnik prihvati sebe kao pomagača u učenju treba i učenike privoljeti da ga tako prihvate. A to znači da pitaju uvijek kad im nešto nije jasno. Na žalost, naše učenike je prilično teško dobiti na takvu suradnju. Oni su naviknuti na učitelje koji ispituju učenike i ne vole kad se njih nešto pita. **Učitelj koji kvalitetno radi istinski voli kad mu učenici postavljaju pitanja i neprestano ih na to potiče. Njemu nije teško više puta objašnjavati isto gradivo, sve dok ga većina učenika ne shvati. On ne kritizira učeničke pogreške već ih komentira i objašnjava kako bi učenici iz pogreški što više naučili.**

### Što je to prividno znanje?

Učitelji koji nekvalitetno rade zavaravaju i sebe i učenike prihvaćajući prividno znanje. Učenici nauče gradivo površno i bez razumijevanja. Oni prividno savladaju neke matematičke postupke ne shvativši uistinu njihovu opravdanost i svrhu. Bez razumijevanja suštine učenici često povlače krive analogije. Oni prividno nauče matematiku, a u stvarnosti ju nauče napamet. Takvo znanje nije kvalitetno i brzo se zaboravlja, zapravo čim se iz tog gradiva dobije pozitivna ocjena. Takvo prividno znanje nema vrijednosti. Učenici to osjećaju i ne vide svrhu u takvom učenju matematike pa se prestaju truditi da ju nauče. Nepostojanje stvarnog razumijevanja matematičkih postupaka i prividno znanje predstavljaju još veći problem zbog nadovezivanja gradiva jednog na drugo, što u drugim predmetima možda nije toliko istaknuto.

To se lijepo može pokazati na primjeru rješavanja osnovne linearne jednadžbe  $ax + b = c$ . Mnoštvo učenika prvog razreda srednje škole ima poteškoća pri rješavanju najjednostavnijih jednadžbi, na primjer  $3x = 5$ . Oni su naučili na pamet da se sada povuče crta sa strane i nešto se radi s tom trojkom, ali nisu sigurni što. Neki su naučili napamet da će dobiti razlomak kojemu je 3 u nazivniku. Neki su zapamtili samo da će rezultat biti razlomak, ali nisu sigurni treba li 3 biti u nazivniku ili brojniku pa će pogriješiti i staviti ga u brojnik. Mnogi će dobro izračunati rezultat, ali će napisati da su jednadžbu pomnožili s 3 jer ne razumiju pozadinu cijele operacije. Rijetki su učenici koji će znati da iza sveg ovog "čarobiranja" stoji svojstvo jednakosti da će ostati nepromijenjena ako i lijevu i desnu stranu pomnožimo ili podijelimo s istim brojem, različitim od nule. Problem je u tome što su učitelji prihvatili prividno znanje učenika i nisu im dovoljno dobro objasnili postupak nalaženja nepoznanice. Kad nađemo na prividno znanje učenika, posebno na tako važnim mjestima, ne smijemo ga prihvatiti kao stvarno znanje. Najbolje je, na primjer, svim učenicima u prvom razredu (a može i kasnije ako im nije jasno) detaljno objasniti postupak nalaženja nepoznanice.

**Primjer :** Riješimo jednadžbu  $3x + 7 = 12$

Riješiti jednadžbu znači naći vrijednost nepoznanice  $x$ .

Želimo da nam  $x$  bude sam na lijevoj strani, a sve ostalo na desnoj.

Što nam smeta? *Broj 7*

Kako ćemo ga se riješiti? *Prebacimo ga na drugu stranu.*

$$3x = 12 - 7$$

Zašto se pri prebacivanju na drugu stranu mijenja predznak? Iza te čudne pojave krije se svojstvo jednakosti: "Jednakost će ostati nepromijenjena ako i lijevoj i desnoj strani pribrojimo ili oduzmemo isti broj."

Koja se računska operacija vrši između  $3x$  i  $7$ ? *Zbrajanje.*

Da bi nam se broj  $7$  poništio primijenimo suprotnu operaciju: oduzimanje.

Od lijeve i desne strane oduzmimo broj  $7$ .

$$3x + 7 - 7 = 12 - 7$$

$$3x = 12 - 7$$

Gornji red nećemo pisati, ali vrijedi znati da on postoji jer ćemo tako lakše zapamtiti da moramo promijeniti predznak pri prebacivanju broja  $s$  jedne na drugu stranu znaka jednakosti.

Dobili smo jednakost  $3x = 5$ .

Što nam sad smeta? *Broj 3.*

Opet ćemo koristiti jedno svojstvo jednakosti: "Jednakost će ostati nepromijenjena ako i lijevu i desnu stranu jednakosti pomnožimo ili podijelimo istim brojem, različitim od nule."

Koja se operacija vrši između broja  $3$  i nepoznanice  $x$ ? *Množenje.*

Primijenimo opet suprotnu operaciju: dijeljenje.

Objek strane jednakosti podijelimo brojem  $3$ .

$$3x = 5 \quad /:3$$

$$3x : 3 = 5 : 3$$

$$x = 5 : 3$$

Srednji red ne moramo pisati, ali možemo sve dok ne postanemo dovoljno sigurni da ga možemo preskočiti.

Na ovom primjeru vidljivo je što znači detaljno objasniti gradivo. U ovom članku bilo bi još zanimljivo reći nešto o tome kako poticati učenike da postavljaju pitanja i kako komentirati učeničke pogreške.

### **Kako poticati učenike da postavljaju pitanja ?**

Na prvom satu treba učenicima reći da volite kad vas pitaju i da vas uvijek tokom uzimanja novog gradiva ili uvježbavanja slobodno prekinu i pitaju sve što im nije jasno. Pitati treba odmah kad se pojave nejasnoće, a ne prije kontrolnog reći da ništa nije jasno. Dobro je inzistirati na konkretnim pitanjima i objasniti učenicima da pitanje tipa "Ništa ne razumijem" pokazuje da učenik ništa ne radi. Napokon, ako učenici konkretno kažu što im nije jasno učitelj će im to moći bolje objasniti. No dana obećanja treba i ispuniti, što znači da na svako postavljeno pitanje treba strpljivo odgovoriti. Dobro je odgovoriti čak i kad sumnjate da vas učenici pokušavaju "zafkavati" i zavući vrijeme. Vaš odgovor uvijek može biti nešto novo i zanimljivo pa će se ono za što su đaci mislili da će biti gubljenje vremena pretvoriti u proširivanje znanja. Isto tako dobro je učenicima reći da ne trebaju odustajati od pitanja iz straha da će ih smatrati nezalicama, jer uvijek u razredu ima bar još pet učenika koji to isto ne znaju. Kad učenici u razredu slobodno postavljaju pitanja stvara se radno ozračje i omogućava kvalitetniji rad.

### **Kako komentirati učeničke pogreške?**

Na pogreškama se uči. Zato je uvijek zgodno kad učenik pri rješavanju zadatka na ploči napravi pogrešku. Na nju treba upozoriti, objasniti zašto je učenik pogriješio i kako se to ispravno riješi. Važno je da učenici točno shvate u čemu je bila pogreška, kako je ne bi ponovili. Ali česte i tipične pogreške treba prokomentirati bez obzira je li učenik koji rješava zadatak na ploči slučajno pogriješio ili ne. Isto tako, ako obilazeći razred primijetimo da je više učenika napravilo istu grešku slobodno ju prokomentiramo na ploči pred cijelim razredom. Pri tome ne treba isticati imena učenika koji su pogriješili da ih ne bismo povrijedili. Na primjer, u razredu će se obično naći nekoliko učenika koji će kod računanja tjemena parabole napraviti ovakvu pogrešku:

$$f(x) = x^2 + 3x - 4; \quad y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a}; \quad y_0 = \frac{4(-4) - 3^2}{4} = \frac{-16 + 9}{4} = -\frac{7}{4}$$

Tada je zgodno napisati na ploču ova tri izraza i pitati što koji od njih znači:

$-3^2 = -9$  kvadriramo broj 3 i stavimo negativan predznak

$(-3)^2 = 9$  kvadriramo broj -3

$-(-3^2) = -9$  kvadriramo broj -3 i stavimo negativan predznak

Učenici će vrlo brzo shvatiti u čemu je pogreška i na što trebaju paziti pri računanju.

### O ocjenjivanju

Ocjenjivanje je jako važno za učenike i presudno utječe na učeničku motivaciju za rad. O tome bi se moglo jako mnogo napisati i za to nema više prostora u ovom članku. Samo bih u tri rečenice naznačila smjer u kojem bi, prema mom mišljenju, trebalo ići. Ocjene su plaća za učenikov rad. Svi mi volimo poslodavce koji dobro plaćaju svoje radnike i smatramo da dobro plaćeni radnici bolje rade. Zašto se onda učenicima bojimo dati dobre ocjene?

U nas je uvriježeno mišljenje da loša ocjena tjera učenika na rad. Ja sam suprotnog mišljenja. Veliku većinu učenika loša ocjena "ubija u pojam" i zbog nje gube volju za učenje. Svatko voli biti nagrađen za svoj trud. Nagrada je najbolja motivacija za učenje. Učeniku je nagrada ocjena ili pohvala. Zato bi nastavnici što češće trebali nagrađivati učenički trud: poticajnim ocjenama (obično svatko ima kao element ocjenjivanja aktivnost), bilješkama u imeniku ili barem usmenim pohvalama. Volja za učenje najlakše se izgubi ako rad nije odgovarajuće nagrađen. Ako se učenika često zakida na ocjenama lako se može dogoditi da izgubi volju za učenje. To je opasnost koje bi trebali biti svjesni nastavnici koji radije daju malo manje nego malo veće ocjene. Učenici mogu izgubiti volju za učenje zbog osjećaja da ih se stalno zakida ili mogu jednostavno zaključiti da im se ne isplati toliko raditi za nagradu koju dobivaju. Rezultat će biti manje znanja, nezadovoljstvo nastavnika i još lošije ocjene. Time se ulazi u zatvoreni krug u kome su nezadovoljni i nastavnici i učenici. Nastavnici često ne daju bolje ocjene iz straha da će se učenici uspavati i neće učiti ili da će smanjiti kriterij i da će učenici imati prevelike ocjene. Mislim da je taj strah neopravdan. Ocjenju je uvijek najlakše pokvariti. Ako đake ocjenjujemo dovoljno često ne može se desiti da se uspavaju. Na usmenom radije dam malo veću ocjenu jer ju đaci i tako trebaju potvrditi na pismenom, koji je i teži i objektivniji, bar što se tiče matematike. Mnogi nastavnici vrlo rijetko ocjenjuju učenike. To je velika pogreška. Ocjena je važna i kao povratna informacija o uspješnosti rada. Učenici koji rijetko dobivaju povratnu informaciju o svom radu učiti će malo i neredovito. Učenike treba stalno poticati na učenje, ocjenama i komentarima.

I za kraj, kad pročitate ovaj članak, nemojte odmahnuti rukom da je to pusta teorija koju je nemoguće provesti u praksi. Ja se trudim kvalitetno raditi i mogu reći da su povratne informacije koje dobivam od učenika izuzetno pozitivne. Takav rad pruža mi neizmjereno zadovoljstvo koje je glavni razlog što pristajem marljivo raditi ovako slabo plaćeni posao.

### Sažetak

U članku se razmatra zašto učenici postižu slabe rezultate u učenju matematike i zašto ju ne vole učiti. Stanje se može popraviti samo kvalitetnim radom učitelja. Učitelj koji kvalitetno radi istinski voli kad mu učenici postavljaju pitanja i neprestano ih na to potiče. Njemu nije teško više puta objašnjavati isto gradivo, sve dok ga većina učenika ne shvati. On ne kritizira učeničke pogreške već ih komentira i objašnjava kako bi učenici iz pogreški što više naučili. Na primjeru je objašnjeno što je to prividno znanje i što znači detaljno objasniti gradivo. Dani su prijedlozi kako poticati učenike na postavljanje pitanja i kako komentirati učeničke pogreške. Kvalitetan učitelj neće se morati služiti prisilom u svom radu jer će kvalitetom motivirati učenike na učenje.

### **Summary**

The article discusses reasons why students achieve poor results in learning mathematics and why they do not like studying it. The situation can be improved only by good-quality work of the teachers. The teachers who work well, truly like when students ask questions and they constantly encourage them to do so. It is not difficult for them to explain the same material more than once. They do not criticize the students' mistakes. On the contrary, they make comments giving extra information to make students learn from their mistakes as much as possible. An example was given that shows what plausible (sham) knowledge is and which also shows how to explain something in full detail. The suggestions were given how to encourage students to ask questions and how to comment their mistakes. Good-quality teachers will not have to use compulsion in their work because they will motivate students to study with the quality itself.